

文章编号 1004-924X(2007)03-0396-06

Zernike 多项式波面拟合的回归分析方法

亓 波, 陈洪斌, 刘顺发

(中国科学院 光电技术研究所, 四川 成都 610209)

摘要:介绍了一种干涉波面的 Zernike 多项式拟合方法,该方法从构造的正规方程入手并对其进行逐步回归分析,从众多的 Zernike 多项式模式中选取影响显著的模式。采用仿真波前对本文提出的波面拟合方法进行了验证,结果表明该方法可以得到干涉波面的最优模式组合,有效提高波面拟合的精度,拟合的 PV 和 RMS 相对误差仅为 1.11% 和 0.07%。

关键词:信息处理技术;激光干涉术;波面拟合;逐步回归分析;Zernike 多项式

中图分类号:TH703;O436.1 **文献标识码:**A

Regression analysis of wavefront fitting using Zernike polynomial

QI Bo, CHEN Hong-bin, LIU Shun-fa

(Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China)

Abstract: A new method of wavefront fitting based on regression analysis of normal equation is proposed using Zernike polynomials. By stepwise regression, the optimum combination of Zernike mode is obtained and the method is verified by computer simulated wavefront. Computer simulations show that the PV and RMS relative fitting errors are only 1.11% and 0.07%, respectively.

Key words: information processing technique; laser interferometry; wavefront fitting; stepwise regression; Zernike polynomial

1 引言

随着面阵 CCD 的问世和计算机技术的快速发展,激光干涉测量方法已经成为高精度光学加工面形测量的主要手段^[1]。随着对加工精度要求的提高,以往简单地从条纹分布来估计面形或波面质量的定性分析已不能满足高精度测量的要求,必须利用计算机对干涉条纹图像进行数字化分析,从中获得被测波面的信息,达到高精度自动化测量光学元件表面质量的目的^[2]。干涉条纹数

字化分析的重要环节是将被测波面进行多点采样,并用一个线性无关的基底函数系拟合这些数据点,由连续的基底函数来表征被测波面的波象差函数或面形。在众多的基底函数系中,Zernike 多项式因其对波面的拟合具有收敛性好、提供的有用信息多等特点而被广泛采用^[3]。

近些年来,有很多文献对波面拟合方法进行了研究:文献[4]直接从矛盾方程组入手,应用 Householder 变换把系数矩阵正交三角化,直接求解拟合系数。该方法避免了构造法方程组,因而也避免了因构造法方程组的严重病态而引入的

收稿日期:2006-12-02;修订日期:2007-01-12.

基金项目:国家 863 计划资助项目(No. 2004AA823130)

所得到的波面函数与实际的光学干涉波面最为接近,也就是说,采用较高阶的 Zernike 多项式来拟合干涉波面可以使得对光学干涉波面的拟合精度尽可能的高。首先通过一个具体的实例来比较一下采用不同项数后的拟合结果。通过 Zernike 多项式的组合仿真一波面,仿真波面的定义如下^[7]:

$$\varphi(x, y) = \frac{1}{2}z_1(x, y) + \frac{1}{2}z_4(x, y) + z_5(x, y) + \epsilon, \quad (7)$$

其中, $x, y \in [-1, 1]$, 采样间隔为 0.02; ϵ 是均值为 0、方差为 1 的高斯白噪声。

针对仿真的波前, 分别采用不同的 Zernike 多项式项数进行拟合, 拟合结果见图 1。从图中可以看出: 重构项数越高, 复原波前与原始波前的一致性越好。这是由 Zernike 多项式在离散采样点上的不完全正交性引起的。当重构项数 n 少于

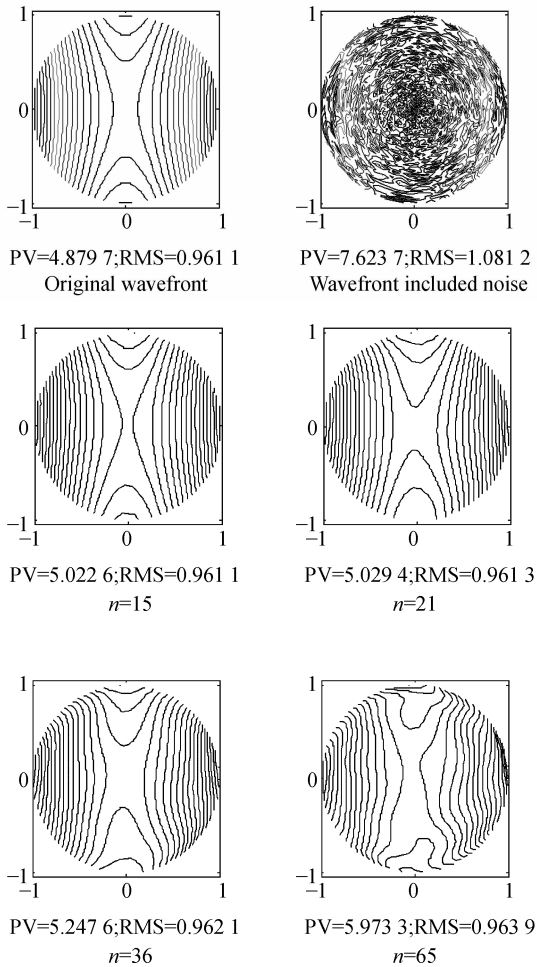


图 1 仿真波面不同项数的重构结果

Fig. 1 Reconstructed results with different polynomial modes

仿真波前的实际项数时, 某些高阶模式像差被解释成低阶模式像差; 当重构项数多于仿真波前的实际项数时, 某些低阶模式像差被解释成高阶模式像差。只有当重构项数与实际项数相等时, 模式之间的这种耦合现象才会消失。因此, 有必要研究多项式的项数选取问题, 即回归方程的优选问题。

3 逐步回归分析及其计算步骤

所谓优选回归方程的含义, 其一般的考虑是:

(a) 把对因变量有显著作用的自变量都包含在方程中, 使回归平方和尽可能地高, 或剩余平方和尽可能地低;

(b) 对因变量没有显著作用的自变量都不要包含在方程中, 使回归均方对剩余均方的比值尽可能地高。

在回归方程(6)中, 自变量对因变量有或大或小的影响, 考虑到随机误差的存在, 那些对因变量影响较小的自变量在回归方程中起的作用可能是不真实的, 或者只起到分散注意力的作用。为使回归方程能够真实地反映自变量与因变量之间的关系, 应该在最终选定的回归方程中只包含那些对因变量有显著影响的自变量。逐步回归方法就是诸多选择变量方法中效果最好且计算量不大的一种方法, 有着广泛的应用。逐步回归分析的基本思想就是从众多的自变量中, 根据这些变量各自对回归方程影响的大小, 逐次地选入到回归方程中, 在这个过程中, 先前被选入回归方程的变量, 有些由于其后引入的变量而失去了重要性, 这时就应从回归方程中将它们淘汰掉。持续上述过程, 直到回归方程不再有可淘汰的变量, 也没有再可引入的变量时为止, 最后所得的结果就是优选的回归方程^[8-10]。具体的, 逐步回归的计算可以分成以下几个步骤:

步骤 1: 计算均值, 标准差, 离差矩阵以及相关矩阵

(1) 求均值

$$\bar{z}_i = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m z_{ki}, i = 1, 2, \dots, n, \bar{\varphi} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \varphi_k, \quad (8)$$

(2) 求离差矩阵, 其元素 s_{ij} 为

$$s_{ij} = s_{ji} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m (z_{ki} - \bar{z}_i)(z_{kj} - \bar{z}_j), (i, j = 1, 2, \dots, n), \quad (9)$$

为了后续计算,在离差矩阵上增加一个新列,即 $n+1$ 列,由下式给出

$$s_{i\varphi} = \sum_{k=1}^m (z_{ki} - \bar{z}_i)(\varphi_k - \bar{\varphi}), (i = 1, 2, \dots, n),$$

$$(10)$$

(3) 为计算方便,作代换

$$\gamma_{ij} = \frac{s_{ij}}{\sqrt{s_{ii}} \sqrt{s_{jj}}}, (i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n, \varphi),$$

$$(11)$$

将 n 行, $n+1$ 列的扩展离差矩阵变换为(11)相关系数矩阵,逐步计算均以此矩阵为依据。

步骤 2:逐步计算

假设已经计算到了 l 步,其对应的相关系数矩阵元素用上标 l 标记为 $\gamma_{ij}^{(l)}$ ($i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n, \varphi$)。开始下述计算:

(1) 求出每一个变量对回归方程的贡献:

如果在第 $l+1$ 步要从回归方程中淘汰变量 z_i ,损失的贡献为

$$\tilde{V}_i^{(l)} = (\gamma_{i\varphi}^{(l)})^2 / \gamma_{ii}^{(l)}, \quad (12)$$

(2) 在各被引入的变量中,求出可以淘汰的变量。

在各引入的变量中求出具有最小贡献的那一个变量,然后对它进行统计检验,确认这个候选淘汰对象是否达到被淘汰的标准。计算贡献最小的变量:

$$\tilde{V}_k^{(l)} = \min\{\tilde{V}_i^{(l)} \mid i \text{ 是各已引入变量的编号}\}, \quad (13)$$

计算相应的 F 值: $F = (m - r - 1)\tilde{V}_k^{(l)} / \tilde{Q}^{(l)}$, 其中 l 表示进行到第 l 步计算, m 是观测次数, r 是要在第 $l+1$ 步对已引入的 r 个自变量中剔除某个自变量,如 z_k , $\tilde{Q}^{(l)}$ 是第 l 部的残差平方和,可以利用下述公式逐步计算出:

$$\tilde{Q}^{(0)} = 1, \tilde{Q}^{(l)} = \tilde{Q}^{(l-1)} - \tilde{V}_k^{(l)}, \quad (14)$$

如果计算值 $F \leq F_\alpha$,则把变量 z_k 从回归方程中淘汰出去,然后进行消去运算。

(3) 如果对计算值 F 有: $F > F_\alpha$,则 z_k 不应从回归方程中剔除,应考虑从未引入的各变量中选出贡献最大的变量,计算:

$$\tilde{V}_k^{(l+1)} = \max\{\tilde{V}_i^{(l)} \mid i \text{ 是各未选变量的编号}\}, \quad (15)$$

计算相应的 F 值: $F = (m - r - 2)\tilde{V}_k^{(l+1)} / \tilde{Q}^{(l+1)}$, 如果 $F > F_\alpha$,则把变量 z_k 引入到回归方程中,然后开始消去运算;如果 $F < F_\alpha$,表示 z_k 不能被引入到回归方程中。

(4) 消去运算。对需要淘汰或引进的变量 z_k 进行一次消去运算,即按下述公式对相关系数矩阵进行计算:

$$\gamma_{ij}^{(l+1)} = \begin{cases} \gamma_{kj}^{(l)} / \gamma_{kk}^{(l)} & (i = k, j \neq k) \\ \gamma_{ij}^{(l)} - \gamma_{ik}^{(l)} \gamma_{kj}^{(l)} / \gamma_{kk}^{(l)} & (i \neq k, j \neq k) \\ 1 / \gamma_{kk}^{(l)} & (i = k, j = k) \\ -\gamma_{ik}^{(l)} / \gamma_{kk}^{(l)} & (i \neq k, j = k) \end{cases}, \quad (16)$$

然后重复式(13)~(16)直至既不能剔除,也无法再被重新引入,逐步计算过程可以结束,转入步骤 3 的计算。

步骤 3:求回归方程

设在 l 后停止逐步计算,这时引入了 r 个变量,对各引入的变量 z_i 按下面公式计算回归系数:

$$b_i^{(l)} = \gamma_{i\varphi}^{(l)} \sqrt{s_{\varphi\varphi}} / \sqrt{s_{ii}}, \quad (17)$$

4 计算机仿真及实验结果

为了检验逐步回归分析方法的精度,用本文的方法针对式(7)给出的仿真波前进行了波面拟合。对式(7)给出的仿真波前,用本文提出的逐步回归方法进行分析,经过变量选入和剔除,最后回归方程中只包含变量 z_1, z_4 和 z_5 。其对应的回归系数分别为 0.517, 0.511, 0.989。重构波前的 PV 值为 4.826 0, RMS 值为 0.960 4。等高线图见图 2。与图 1 给出的不同项数拟合结果相比,逐步回归分析方法拟合结果与原始波前最接近,拟合精度最高。

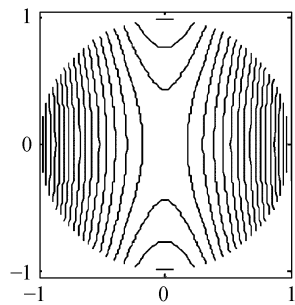


图 2 重构波前的等高线图

Fig. 2 Contour plots of reconstructed wavefront

5 结 论

针对 Zernike 多项式项数选取问题,本文提

出了通过逐步回归分析方法确定 Zernike 多项式项数的新方法,该方法通过对构造的回归方程组进行逐步回归分析,可以从众多的多项式模式中选取影响显著的模式,进而得到波面的最优模式组合。该方法通过严格的数学统计方法来选取 Zernike 多项式的模式组合,而不是凭经验来选

取,具有一定的实际意义。采用仿真波前对本文提出的波面拟合方法进行了验证,该方法可以得到干涉波面的最优模式组合,有效提高波面拟合的精度。该方法虽然是基于干涉波面拟合提出的,对于其它波面的拟合也同样适用。

参考文献:

- [1] 彭震君,钱锋. 基于模拟退火的相位展开方法[J]. 光学学报,2003,23(7):845-849.
PENG ZH J, QIANG F. Phase unwrapping algorithm based on simulated annealing[J]. *Acta Opt. Sinica*, 2003, 23(7):845-849. (in Chinese)
- [2] 伍树东,郑辉. 干涉条纹的微处理机分析[J]. 光学学报,1983,3(9): 815-820.
WU SH D, ZHENG H. Interferogram analyses with microcomputer[J]. *Acta Opt. Sinica*, 1983,3(9):815-820. (in Chinese)
- [3] SERGIO V M. Obtaining the phase of an interferogram by use of an evolution strategy [J]. *Appl. Opt.*, 2002,41: 3448-3452.
- [4] 鄢静舟,雷凡. 用 Zernike 多项式进行波面拟合的几种算法[J]. 光学 精密工程,1999,7(5):119-128.
YAN J ZH, LEI F. Algorithms for wavefront fitting using Zernike polynomial [J]. *Opt. Precision Eng.*, 1999,7 (5):119-128. (in Chinese)
- [5] 刘月爱. 条纹分析中一种简单的 Zernike 多项式拟合方法[J]. 光学学报,1985,5(4): 368-373.
LIU Y A. A simple method for Zernike polynomial fitting in fringe analysis [J]. *Acta Opt. Sinica*, 1985,5(4): 368-373. (in Chinese)
- [6] 伍树东. 数字平面检测系统误差和精度评价方法的研究[J]. 光学学报,2003,23(7): 879-883.
WU SH D. Error and precision evaluation of a system for inspecting surface of optical plane[J]. *Acta Opt. Sinica*, 2003,23(7):879-883. (in Chinese)
- [7] MALACARA D. *Optical Shop Testing* [M]. New York :John Wiley and Sons,1978.
- [8] 马振华. 现代应用数学手册—概率统计与随机过程卷[M]. 北京:清华大学出版社,2002.
MA ZH H. *Modern Math Handbook—Probability Statistic and Stochastic Process*[M]. Beijing: Tsinghua Press, 2002. (in Chinese)
- [9] 曹正林,廖文和. Zernike 多项式拟合人眼波前像差的一种新算法[J]. 光学 精密工程,2006,14(2):308-315.
CAO ZH L, LIAO W H. A new algorithm for human eyes's wavefront aberration fitting with Zernike polynomial [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006,14(2):308-315. (in Chinese)
- [10] 侯溪. 环形子孔径拼接检测大口径非球面镜的规划模型及分析[J]. 光学 精密工程,2006,14(2):207-212.
HOU X. Layout model and analysis of annular subaperture stitching technique for testing large aspheric mirror [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2006,14(2):207-212. (in Chinese)

作者简介:亓波(1978—),男,山东莱芜人,中国科学院光电技术研究所助理研究员,主要从事光机结构设计与光学信息处理方面的研究。E-mail: lcz@ioe.ac.cn

文章编号 1004-924X(2007)03-0401-06

基于 SOFM 神经网络的图像融合二值化方法

潘梅森, 荣秋生

(湖南文理学院 计算机科学与技术系, 湖南 常德, 415000)

摘要:提出了一种基于自组织特征映射(SOFM)神经网络的图像融合二值化方法。介绍了 SOFM 神经网络的特点及学习算法,根据 SOFM 的聚类确定图像第一阈值作为循环迭代的初始值,对整幅图像进行循环迭代得到第二阈值,使用第二阈值对原始图像进行二值化,得到第一幅待融合图像;通过改进的 Bernsen 方法对原始图像进行二值化,得到第二幅待融合图像;最后根据图像灰度值选小的原则作为图像融合方法,得到最终的二值化图像。该方法既能有效地消除伪影,又能较好地分离字符和文字。模拟实验结果表明,该方法的二值化效果明显优于 Bernsen 方法和 Ostu 方法,且具有良好的适应性。

关键词:图像融合;二值化;阈值;SOFM 神经网络;像素

中图分类号:TP391;TP183 **文献标识码:**A

Image fusion binarization method based on SOFM neural network

PAN Mei-sen, RONG Qiu-sheng

(*Department of Computer Science and Technology, Hunan University of Arts and Science, Changde 415000, China*)

Abstract: An image fusion binarization method based on Self-organization Feature Map(SOFM) neural network is presented. The characteristic and the learning algorithm of SOFM neural network are introduced. The first threshold of the image is derived from the clustering characteristic of SOFM, and it is treated as a initialization of the circulated iteration method to obtain the second threshold of the image. The binarization for the original image is carried on using the second threshold to obtain the first fusing image. Then, the binarization for the original image is performed more again using the improved Bernsen method to obtain the second fusing image. Finally, two fusing images are merged based on the minimum principle of image gray values to get the final binarization image. This method can effectively eliminate the ghost and can also separate the characters very well. Experimental results show that the method is effective, and its binarization effect surpasses Bernsen method and Ostu method obviously, moreover it has good compatibility.

Key words: image fusion; binarization; threshold; SOFM neural network; pixel